

Moderne Physik für Informatiker

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. Cody B Duncan

Übungsblatt 10

Besprechung: Di. 19.07.2022

Aufgabe 1: Korrespondenzprinzip

Wir möchten einen Vergleich des harmonischen Oszillators in klassischer und quantenmechanischer Formulierung in einer Dimension bezüglich der Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Potential anstellen.

1. Berechnen Sie zunächst die Observablen $x(t), p(t)$ und $E = p^2/2m + kx^2/2$ des klassischen harmonischen Oszillators aus

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

mit der Frequenz $\omega = \sqrt{k/m}$, der Masse m , sowie die Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = \omega A$. Definieren Sie die klassische Aufenthaltswahrscheinlichkeit $W_k(x)$ über die Aufenthaltsdauer dt in einem Ortsintervall dx nach $W_k(x)dx = 2dt/T$ mit der Periodendauer $T = 2\pi/\omega$. Was ergibt sich für $W_k(x)$ in Abhängigkeit von E ?

Tipp: $W_k(x)^{-1} = \pi\sqrt{2E/(m\omega^2) - x^2}$

2. Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle x \rangle_k, \langle x^2 \rangle_k, \langle p^2 \rangle_k$ und $\langle E \rangle_k$.
3. Betrachten Sie schließlich die Funktion $W_k(x)$, in der Sie die klassische Energie durch die quantisierte Energien $E \rightarrow E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ ersetzen. Skizzieren Sie die Funktion für einige n und vergleichen Sie mit der quantenmechanischen Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Was beobachten Sie für sehr kleine bzw. sehr große n -Werte?

Aufgabe 2: Zeitdilatation und Relativität

1. Ein Raumschiff bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = 0,8c$. Sobald dieses einen Abstand von $d = 6,66 \times 10^8$ km von der Erde hat, wird von der Erdstation ein Radiosignal zum Schiff gesendet. Wie lange benötigt das Signal:
 - gemäß einer Uhr auf der Erdstation
 - gemäß einer Uhr im Raumschiff.
2. Σ und Σ' seien zwei Inertialsysteme. Σ' bewege sich relativ zu Σ mit der Geschwindigkeit $v = 0,6c$ in z -Richtung. Zur Zeit $t = t' = 0$ sei $\Sigma' = \Sigma$. Ein Ereignis habe in Σ' die Koordinaten:

$$x' = 10\text{m}$$

$$y' = 15\text{m}$$

$$z' = 20\text{m}$$

$$t' = 4 \times 10^{-8}\text{s}$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Ereignisses in Σ .

Aufgabe 3: Geschwindigkeit-Formel

Σ, Σ' seien zwei Inertialsysteme, die sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_z$ relativ zueinander bewegen. Ein Teilchen habe in Σ die Geschwindigkeit

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

1. Es gelte

$$\mathbf{u} = (0, c, 0)$$

Berechnen Sie $\mathbf{u}'$.

2. Es gelte

$$\mathbf{u}^2 = c^2$$

Berechnen Sie $\mathbf{u}'^2$

End of Quantenmechanik Kontrollfragen: Here are a list of simple questions (i.e. that only need one to two sentence answers) that should hopefully reinforce the important concepts we've covered so far in the course. We will not cover them all in class, so it is best to try them all and find the ones you do not know the answers to. *Hinweis: The exam contains ten short questions at the beginning that span the entire course which have the same format/style as these, as well as longer calculations afterwards.*

1. Können Sie Beispiele für Experimente geben, die den Welle-Teilchendualismus zeigen?
2. Ist die Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$ direkt meßbar?
3. Interpretieren Sie die Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$ und ihr Betragsquadrat $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$.
4. Wie ist die Wahrscheinlichkeitsstromdichte definiert?
5. Wie lautet die Kontinuitätsgleichung der Wahrscheinlichkeit? Worin besteht ihre physikalische Aussage?
6. Was ist eine ebene Welle? Warum bezeichnet man sie als *eben*?
7. Was versteht man unter einem Wellenpaket?
8. Interpretieren Sie die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung.
9. Wann empfiehlt sich ein Separationsansatz für die Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$?
10. Wie ist das *klassisch erlaubte* Gebiet definiert? Was können Sie ganz allgemein über das Verhalten der Wellenfunktion in diesem Gebiet aussagen?
11. Wie verhält sich die Wellenfunktion im *klassisch verbotenen* Gebiet?
12. Was ist ein *gebundener* Zustand?
13. Skizzieren Sie die wichtigsten Schritte zum Auffinden der gebundenen Zustände im Potentialtopf.
14. Welche Gleichung legt das diskrete Energiespektrum des unendlichen Potentialtopfes fest?
15. Was ist das Korrespondenzprinzip?
16. Wie sieht das Energiespektrum des quantenmechanischen harmonischen Oszillators aus?
17. Wie werden Observablen in der Quantenmechanik beschrieben?
18. Was besagt die Heisenbergsche Unschärferelation?